

6.1 Делители и кратные

Можно ли 18 карандашей разложить поровну в 3 коробки? Конечно, можно. В самом деле, так как $18 = 3 \cdot 6$, то 18 делится на 3. Частное равно 6, поэтому в коробках окажется по 6 карандашей.

А разложить 18 карандашей поровну в 4 коробки нельзя, так как на 4 число 18 не делится. Действительно, $4 \cdot 4 < 18$, а $4 \cdot 5 > 18$; значит, нет такого натурального числа, при умножении которого на 4 получится 18.

Эти примеры являются иллюстрацией следующего утверждения:

число a делится на число b , если существует число c , такое, что выполняется равенство $a = b \cdot c$.

Если число a делится на число b , то для описания их взаимосвязи употребляют слова «делитель» и «кратное». Говорят: « b — делитель a » или « a — кратное b » (« a кратно b »). Например, можно сказать: «3 — делитель 18» или «18 — кратное 3» («18 кратно 3»).

- Слово «кратное» русского происхождения. Согласно разъяснению, приведённому в толковом словаре старинных терминов, «кратный» означает «известное число разов». Приведите примеры других слов с корнем «крат».
- Сформулируйте несколько выводов из равенства $30 = 5 \cdot 6$, используя слова «делится», «делитель», «кратное».

Найдём все делители какого-нибудь числа, например 24. Два его делителя очевидны: это 1 и само число 24. Чтобы выяснить, есть ли у этого числа другие делители, будем проверять подряд все числа, начиная с числа 2. Получим ещё шесть делителей: 2, 3, 4, 6, 8, 12. Других делителей у этого числа нет. Таким образом, число 24 имеет восемь делителей:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Этот перебор можно сократить, если, отыскав один делитель, записать сразу же и другой, являющийся частным от деления числа 24 на найденный делитель. Такие пары удобно записывать друг под другом:

1	2	3	4
24	12	8	6

419 а) Убедитесь, выполнив умножение, что верно равенство $34 \cdot 8 = 272$. Является ли делителем числа 272 число 34? число 8? Если является, то укажите соответствующее частное.

б) Убедитесь, выполнив умножение, что верно равенство $504 = 7 \cdot 8 \cdot 9$. Является ли делителем числа 504 число 7? число 8? число 72? Если является, то укажите соответствующее частное.

421 1) Какие из чисел 2, 12, 35, 40, 112, 120, 200 являются делителями числа 240?

2) Для каких из этих чисел 240 не является кратным?

422 Найдите с помощью перебора все делители числа: а) 6; б) 18; в) 70. В каждом случае запишите делители в порядке возрастания.

1662. Начертите круг радиусом 3 см. Обозначьте его центр буквой O . Проведите через точку O прямую AB . С помощью транспортира разделите развёрнутые углы AOB с обеих сторон прямой на 3 равных угла. На сколько равных частей разделится круг?

Домашнее задание.

п.6.1, №420(1-3), №423, №426(а), №446

Наибольший общий делитель.

С помощью перебора можно найти *общие делители* двух и более чисел. Выясним, например, какие общие делители имеют числа 30 и 45. Для этого, воспользовавшись перебором, найдём вначале все делители каждого из них:

делители числа 30		1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.
делители числа 45		1, 3, 5, 9, 15, 45.

Вы видите, что числа 30 и 45 имеют четыре общих делителя: 1, 3, 5, 15. Самый большой из них — число 15; это *наибольший общий делитель* чисел 30 и 45.

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначают так: НОД (a ; b). Мы выяснили, что $\text{НОД}(30; 45) = 15$.

■ Покажите на примере числа 18, как можно найти все делители некоторого числа.

426 Найдите: б) НОД (40; 60); в) НОД (9; 10).

427 У маленького Лёши есть 18 синих и 12 жёлтых палочек. Он должен разложить их в одинаковые кучки, в каждой из которых будут и синие, и жёлтые палочки. Сколькими способами он может это сделать? Для каждого варианта сделайте рисунок.

428 В одной группе 36 спортсменов, а в другой – 40 спортсменов. Сколько имеется возможностей для построения спортсменов так, чтобы группы шли одна за другой одинаковыми рядами?

424 а) Сколько существует способов разделить 36 конфет на одинаковые порции? (В порции должно быть больше одной конфеты.)

б) В классе 24 ученика. Их надо разбить на одинаковые группы. По сколько человек может быть в этих группах?

1662. Начертите круг радиусом 3 см. Обозначьте его центр буквой O . Проведите через точку O прямую AB . С помощью транспортира разделите развёрнутые углы AOB с обеих сторон прямой на 3 равных угла. На сколько равных частей разделится круг?

438 а) Сколько чисел, кратных 9, содержится среди первых ста чисел?

Домашнее задание.

п.6.1, №431, №435(а,д), №441, №447

Наименьшее общее кратное

Каждое из чисел 20, 80, 140 кратно 10. В самом деле, $20 = 10 \cdot 2$, $80 = 10 \cdot 8$, $140 = 10 \cdot 14$. А сколько всего существует чисел, кратных 10? Как их можно найти?

Очевидно, что число, кратное 10, получается при умножении числа 10 на любое натуральное число. Поэтому будем последовательно умножать 10 на 1, 2, 3, 4, 5, ...:

$$10 \cdot 1, 10 \cdot 2, 10 \cdot 3, 10 \cdot 4, 10 \cdot 5, \dots$$

Получим такой ряд чисел:

$$10, 20, 30, 40, 50, \dots$$

Обратите внимание на то, как строится этот ряд: на первом месте в нём стоит число 10, а каждое следующее число на 10 больше предыдущего. Понятно, что этот ряд, как и натуральный ряд, бесконечен; все числа, кратные 10, выписать нельзя. Однако всегда можно указать число, которое находится на том или ином месте в этом ряду. Так, на десятом месте должно стоять число $10 \cdot 10 = 100$, на тридцатом месте — число $10 \cdot 30 = 300$. Вообще на месте с номером n должно находиться число $10 \cdot n$.

Возьмём числа 10 и 12. Любое число, делящееся и на 10, и на 12, является их *общим кратным*. Это, например, их произведение — число 120, число 180, число 60. И таких общих кратных бесконечно много.

Найдём *наименьшее общее кратное* чисел 10 и 12. Для этого будем перебирать числа, кратные большему из них, т. е. числу 12, пока не получим число, делящееся на 10:

12, 24, 36, 48, 60.

На этом шаге перебор можно закончить: число 60 — первое число в натуральном ряду, которое делится и на 12, и на 10. Оно и является их *наименьшим общим кратным*.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначают так: НОК ($a; b$). Мы нашли, что $\text{НОК}(10; 12) = 60$.

- 432** Серёжа записал ряд последовательных кратных некоторого числа, начиная с наименьшего, и на двенадцатом месте у него оказалось число 60. Найдите первое, шестое и двадцатое число в этом ряду.
- 433** ■ **НАБЛЮДАЕМ** ■ Какой цифрой может оканчиваться число, кратное:
а) 10; б) 5; в) 2; г) 3?
- 434** Запишите по шесть кратных числа 10 и шесть кратных числа 8. Чему равно их наименьшее общее кратное? Назовите ещё несколько общих кратных этих чисел.
- 435** Найдите: б) НОК (10; 14); ж) НОК (2; 11);
в) НОК (10; 6); з) НОК (2; 5; 7);
г) НОК (5; 25); и) НОК (2; 4; 7).
- 436** Маша задумала число и сказала: «Это число меньше 30. Его называют, когда считают тройками и когда считают пятёрками». Какое число задумала Маша?

Домашнее задание.

п.6.1, №425, №430, №437, №442

6.2 Простые и составные числа

Число 13 делится на 1 и на 13, и других делителей у этого числа нет. Натуральные числа, имеющие, как и число 13, только два делителя, называют простыми.

Натуральное число называется простым числом, если оно имеет только два делителя: 1 и самого себя.

Первыми простыми числами в порядке возрастания являются числа

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,

Наименьшее простое число — это число 2. Оно единственное чётное простое число, все остальные простые числа нечётные.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется составным числом.

Например, число 6 составное: оно делится не только на 1 и на 6, но ещё и на 2, и на 3.

Число 1 имеет только один делитель — само это число. Поэтому оно не является ни простым, ни составным числом.

Остроумный способ составления списка простых чисел, который иногда используется в практических вычислениях и сегодня, придумал древнегреческий математик Эратосфен (III в. до н. э.). Применим его для поиска всех простых чисел, не превосходящих 50.

Эратосфен писал на восковых табличках специальной палочкой, а составные числа выкалывал острым концом, после чего табличка напоминала решето. С тех пор его способ отыскания простых чисел называют *решетом Эратосфена*.

Евклид

доказал, что простых чисел бесконечно много, так что полный их список составить просто невозможно. Можно сказать так: *среди простых чисел самого большого числа нет.*

- 1) Выпишем подряд все натуральные числа от 1 до 50.
- 2) Зачеркнём число 1 — оно не простое.
- 3) Число 2 — простое; обведём его кружочком. Зачеркнём все числа, кратные 2, т. е. 4, 6, 8, ... — они не простые.
- 4) Теперь первое незачёркнутое число — это 3, оно простое; обведём его кружочком. Зачеркнём все числа, кратные 3. (Некоторые из них будем вычёркивать по второму разу.)
- 5) Первое незачёркнутое число — это 5, оно простое; обведём его кружочком. Зачеркнём все числа, кратные 5, и т. д.

Те числа, которые в конце концов останутся незачёркнутыми, и есть простые.

- 449** Докажите, что данное число не является простым:
а) 25; б) 38; в) 49; г) 57; д) 84; е) 99.
- 454** Простые числа, разность которых равна 2, называют *числами-близнецами*.
а) Сколько пар чисел-близнецов в отрезке натурального ряда от 1 до 100?
б) Есть ли числа-близнецы в десятой сотне?
- 455** Закончите разложение данного числа на простые множители (используйте степени):
а) $80 = 8 \cdot 10 = \dots$; б) $75 = 15 \cdot 5 = \dots$; в) $52 = 26 \cdot 2 = \dots$.
- 457** Разложите на простые множители числа: 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1000 000.
- 459** Представьте в виде произведения простых множителей число s , если известно, что s равно произведению всех натуральных чисел от 1 до 10. (Используйте степени.)
- 462** Найдите все двузначные числа, кратные: а) 23; б) 35.
- 463** Найдите наименьшее общее кратное чисел: а) 12 и 16; б) 120 и 40; в) 3 и 7.
- 442** Возле дома Маши останавливаются автобусы, идущие по трём разным маршрутам. Один из них подходит к остановке через каждые 3 мин. дру-

Домашнее задание.

п.6.2, №448, №460, №464, №451

ближайшее время на остановке окажутся два автобуса?

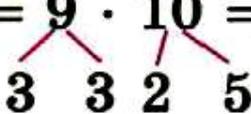
Разложение составного числа на простые множители.

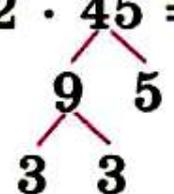
Если число представлено в виде произведения двух или более чисел, то говорят, что оно *разложено на множители*. Разложение на множители простого числа не представляет интереса: всегда один из множителей равен 1, а другой — самому числу. А любое составное число раскладывается на множители, отличные от единицы, причём часто разными способами.

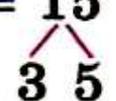
Рассмотрим в качестве примера какие-нибудь разложения на множители числа 90:

$$90 = 9 \cdot 10 = 2 \cdot 45 = 15 \cdot 2 \cdot 3.$$

В каждом из этих произведений можно продолжить разложение на множители составных чисел:

$$90 = 9 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$


$$90 = 2 \cdot 45 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$


$$90 = 15 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$$


НОД(15;6)

НОД(25;20)

НОД(105;24)

НОК(15;6)

НОК(25;20)

НОК(105;24)

**Разложить числа на простые сомножители:
1223; 1331; 1234; 1236**

- 454** Простые числа, разность которых равна 2, называют *числами-близнецами*.
а) Сколько пар чисел-близнецов в отрезке натурального ряда от 1 до 100?
б) Есть ли числа-близнецы в десятой сотне?
- 455** Закончите разложение данного числа на простые множители (используйте степени):
а) $80 = 8 \cdot 10 = \dots$; б) $75 = 15 \cdot 5 = \dots$; в) $52 = 26 \cdot 2 = \dots$.
- 459** Представьте в виде произведения простых множителей число s , если известно, что s равно произведению всех натуральных чисел от 1 до 10. (Используйте степени.)
- 462** Найдите все двузначные числа, кратные: а) 23; б) 35.
- 463** Найдите наименьшее общее кратное чисел: а) 12 и 16; б) 120 и 40; в) 3 и 7.

п.6.2, №456, №458, №453, №465

Делимость суммы и произведения.

Возьмём число 1200. Как проверить, делится ли оно на 25? Для этого необязательно выполнять деление. Достаточно заметить, что 1200 равно произведению 12 и 100. Число 100 делится на 25; отсюда следует, что и 1200 делится на 25. Действительно, преобразовав произведение $12 \cdot 100$, получим

$$12 \cdot 100 = (12 \cdot 25) \cdot 4 = 25 \cdot (12 \cdot 4).$$

Этот пример подсказывает нам следующее свойство делимости:

Если в произведении один из множителей делится на некоторое число, то и само произведение делится на это число.

Из рассмотренного свойства можно получить такое следствие:

Если первое число делится на второе, а второе делится на третье, то первое число делится на третье.

Возьмём числа 70, 49 и 14. Каждое из них делится на 7, и их сумма также делится на 7. В этом можно убедиться так:

$$70 + 49 + 14 = 7 \cdot 10 + 7 \cdot 7 + 7 \cdot 2 = 7 \cdot (10 + 7 + 2) = 7 \cdot 19.$$

Если в сумме каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сама сумма делится на это число.

С суммой связано ещё одно полезное свойство делимости. Когда говорят об этом свойстве, то вспоминают поговорку о ложке дёгтя в бочке мёда.

Если в сумме одно из слагаемых не делится на некоторое число, а остальные делятся, то сумма на это число не делится.

Например, $112 = 60 + 42 + 10$. Два слагаемых — числа 60 и 42 — делятся на 6, а третье слагаемое — число 10 — на 6 не делится. Поэтому и сумма, равная 112, на 6 не делится.

А верно ли, что если ни одно слагаемое не делится на некоторое число, то и сумма не делится на это число? Легко показать, что это утверждение неверно. В самом деле, рассмотрим равенство

$$50 = 11 + 17 + 22.$$

Слагаемые 11, 17 и 22 не делятся на 5, а их сумма на это число делится.

■ Объясните, почему:

а) сумма $9 + 18 + 27 + 30$ делится на 3;

б) сумма $10 + 15 + 20 + 25 + 32$ не делится на 5.

Какими свойствами делимости вы пользовались?

■ Приведите свои примеры, иллюстрирующие рассмотренные свойства.

Мы показали, что утверждение «если ни одно слагаемое не делится на некоторое число, то и сумма не делится на это число» неверно, приведя опровергающий его пример. Такой пример называют *контрпримером*. Приставка «контр» (от латинского *contra*) означает «против».

Чтобы опровергнуть некоторое утверждение, достаточно привести один контрпример. Так, утверждение «все числа, оканчивающиеся цифрой 3, являются простыми» опровергается примером числа 33. Это число оканчивается цифрой 3, но имеет более двух делителей.

НОД(16;14)

НОД(121;33)

НОД(125;40)

НОК(16;14)

НОК(121;33)

НОК(125;40)

Разложить числа на простые сомножители:

735; 620; 1233; 2310

468 Найдите все простые делители произведения: а) $6 \cdot 15 \cdot 77$; б) $3 \cdot 25 \cdot 62$.

469 а) Число 1332 делится на 36. Используя этот факт, назовите ещё несколько делителей числа 1332.

б) Известно, что число n делится на 18. Какие ещё делители числа n вы можете назвать?

470 Запишите 10 делителей числа a , равного произведению $32 \cdot 24 \cdot 21$. Какие из указанных вами делителей являются простыми числами? составными числами? Можете ли вы назвать ещё какие-нибудь делители числа a ? Сколько всего делителей вам удалось указать?

Домашнее задание.

п.6.3, №467(в), №471(в), №480, №483

Признаки делимости на 2, на 5, на 10

Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10. Число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 10.

Если число оканчивается цифрой 0 или цифрой 5, то оно делится на 5. Число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 5.

Если число оканчивается чётной цифрой, т. е. одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8, то оно делится на 2. Числа, оканчивающиеся нечётной цифрой 1, 3, 5, 7, 9, не делятся на 2.

НОД(15;20)

НОД(25;200)

НОД(400;25)

НОК(15;20)

НОК(25;200)

НОК(400;25)

**Разложить числа на простые сомножители:
1225; 1335; 1230; 12600**

485 Какие из чисел 26, 45, 80, 127, 340, 615:

а) делятся на 5, но не делятся на 2;

в) делятся и на 2, и на 5;

б) делятся на 2, но не делятся на 5;

г) не делятся ни на 2, ни на 5?

499 Найдите два последовательных натуральных числа, сумма которых равна 153.

500 Найдите:

а) число, кратное 70, заключённое в промежутке от 500 до 600;

б) первое число, кратное 80, которое больше 1000.

Домашнее задание.

п.6.4, №484, №486, №496(а,б)

Признаки делимости на 3 и на 9.

Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9; если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

Например, число 78 345 делится на 9; в самом деле, сумма его цифр равна 27, а 27 делится на 9. Число 4351 не делится на 9; сумма его цифр равна 13, а 13 не делится на 9.

Таковыми же рассуждениями можно получить и признак делимости на 3.

Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3; если сумма цифр числа не делится на 3, то и само число не делится на 3.

Например, число 4584 делится на 3, так как сумма его цифр делится на 3. Число 1111 не делится на 3, так как сумма его цифр не делится на 3.

Объясните, почему число 2544 делится на 3 и не делится на 9.

НОД(14;21)

НОД(125;30)

НОД(450;125)

НОК(14;21)

НОК(125;30)

НОК(450;125)

Разложить числа на простые сомножители:
2525; 1035; 3232; 12621

488 Какие числа, делящиеся на 3, заключены между числами 560 и 580? Есть ли среди них числа, делящиеся на 9?

489 Не выполняя действий, определите, делится ли значение выражения на 3, на 9:
а) $181 \cdot 261$; в) $87 + 204 + 1107$.
б) $114 + 305$;

491 Каждое из чисел 37 940, 1275, 1551, 207 207 является составным числом. Объясните, почему это утверждение верно.

Домашнее задание.

п.6.4, №487, №490(б), №493, №501

Признаки делимости

Устный счёт под запись

$$91 \cdot 6 + 109 \cdot 6 = 120 \quad \text{НОД}(20; 30)$$

$$12x + 333 - 3x = 666 - 306 \quad \text{НОД}(16; 28)$$

$$6x + 333 = 340 + 101 - 3x \quad \text{НОК}(15; 225)$$

$$158 : 9 + 112 : 9 = 30 \quad \text{НОК}(26; 6)$$

$$1300 : 25 : 4 = 13 \quad \text{НОК}(25; 15)$$

НОД(12;21)

НОД(15;36)

НОД(45;12)

НОК(12;21)

НОК(15;36)

НОК(45;12)

**Разложить числа на простые сомножители:
1233; 1311; 3636; 693**

Фирма приобрела стол, доску, магнитофон и принтер. Известно, что принтер дороже магнитофона, а доска дешевле магнитофона и дешевле стола. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Доска — самая дешёвая из покупок.
- 2) Принтер дороже доски.
- 3) Принтер и доска стоят одинаково.
- 4) Магнитофон дешевле доски.

В ответе запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Найдите трёхзначное число, кратное 11, все цифры которого различны, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно

Домашнее задание.

п.6.4, №492(а,б), №498(1), №502

Деление с остатком.

Вы знаете, что разделить одно число на другое можно только тогда, когда первое число кратно второму. В противном случае при делении получается остаток. При этом остаток всегда меньше делителя — только в этом случае мы заканчиваем процесс деления.

Разделим, например, каждое из чисел 180, 181, 182, 183 на 4:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 4 \\ \hline 16 & 45 \\ \hline 20 & \\ \hline 20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 181 & 4 \\ \hline 16 & 45 \\ \hline 21 & \\ \hline 20 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 182 & 4 \\ \hline 16 & 45 \\ \hline 22 & \\ \hline 20 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 183 & 4 \\ \hline 16 & 45 \\ \hline 23 & \\ \hline 20 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Число 180 кратно 4; оно делится на 4 без остатка. Поэтому его можно представить в виде произведения делителя и частного:

$$180 = 4 \cdot 45.$$

В остальных случаях при делении получились остатки, равные соответственно 1, 2 и 3. И, умножив 4 на 45, мы в каждом из этих случаев не получим делимого. Произведение $4 \cdot 45$ «почти равно» делимому, а точнее говоря, меньше его на соответствующий остаток:

$$181 = 4 \cdot 45 + 1, \quad 182 = 4 \cdot 45 + 2, \quad 183 = 4 \cdot 45 + 3.$$

Заметим, что именно этот факт соответствует жизненной практике и смыслу слова «остаток» в русском языке. Например, 182 электролампочки нельзя разложить в коробки, по 4 штуки в каждую. При такой раскладке получится 45 полных коробок, а 2 лампочки останутся. Это и есть остаток в математическом смысле слова — от деления числа 182 на 4.

делимое

делитель

$$\begin{array}{r}
 \underline{182} \mid 4 \\
 \underline{16} \quad \underline{45} \\
 \underline{22} \\
 \underline{20} \\
 2
 \end{array}$$

неполное
частное

остаток

делимое

делитель

$$182 = 45 \cdot 4 + 2, \quad 2 < 4$$

неполное
частное

остаток

делимое = делитель · неполное частное + остаток.

НОД(21;27)

НОД(120;35)

НОК(21;27)

НОК(120;35)

Разложить числа на простые сомножители:

320; 9240; 2520; 840

Выполните действие:

1) $4795/23$; $9240/56$.

2) $2520/35$; $3843/24$.

503 Найдите число, если:

б) при делении его на 20 в частном получается 15 и в остатке 1.

504

б) Школьная летняя практика длилась 45 дней. Сколько это полных недель и дней?

Домашнее задание.

п.6.5, №503(а), №504(а), №506, №510

Нахождение неизвестных компонентов при делении с остатком

Из рассмотренных примеров ясно, что «по отношению к делителю 4» имеется четыре вида натуральных чисел: числа, делящиеся на 4 (кратные 4), и числа, дающие при делении на 4 остатки, равные 1, 2 или 3. Например:

32	33	34	35
128	129	130	131
500	501	502	503
1284	1285	1286	1287
2496	2497	2498	2499
<i>делятся на 4</i>	<i>дают в остатке 1</i>	<i>дают в остатке 2</i>	<i>дают в остатке 3</i>

Каждое из чисел первого вида можно записать как произведение, в котором один из множителей равен 4. Например:

$$32 = 4 \cdot 8, \quad 128 = 4 \cdot 32.$$

Каждое из чисел трёх других видов можно записать как сумму, в которой одно слагаемое — произведение делителя и неполного частного, а другое — остаток. Например:

$$\begin{aligned} 33 &= 4 \cdot 8 + 1, & 129 &= 4 \cdot 32 + 1, \\ 34 &= 4 \cdot 8 + 2, & 130 &= 4 \cdot 32 + 2, \\ 35 &= 4 \cdot 8 + 3, & 131 &= 4 \cdot 32 + 3. \end{aligned}$$

Но числа первого вида, т. е. кратные 4, также можно записать в виде подобных сумм, только в качестве второго слагаемого следует взять число 0. Например:

$$32 = 4 \cdot 8 + 0, \quad 128 = 4 \cdot 32 + 0.$$

Нахождение неизвестных компонентов при делении с остатком

Если при делении получается остаток, то вместо слова «частное» обычно говорят «неполное частное», для того чтобы подчеркнуть, что речь идёт о делении с остатком.

■ Зная делимое и делитель, найдите неполное частное и остаток:
а) делимое — 160, делитель — 7; б) делимое — 2130, делитель — 12.
В каждом случае запишите равенство, связывающее делимое, делитель, неполное частное и остаток.

■ При делении числа a на число b получилось неполное частное c и остаток d .
Запишите равенство, связывающее числа a , b , c и d .

Вообще при делении на натуральное число n возможны ровно n остатков: 0, 1, 2, 3, ..., $n - 1$.

Например, при делении на 2 могут получаться остатки, равные 0 и 1. При этом все натуральные числа разбиваются на числа двух видов — имеющие остаток, равный 0, и остаток, равный 1, т. е. на чётные и нечётные числа. При делении на 3 возможны остатки, равные 0, 1 или 2, и все натуральные числа по остаткам от деления на 3 разбиваются на три вида.

В каждом примере делимое стёрли и заменили буквой. Найдите делимое.

а) $a : 12 = 3$ (ост. 2);

б) $b : 26 = 7$ (ост. 4);

в) $c : 18 = 5$ (ост. 2);

г) $k : 48 = 5$ (ост. 8).

НОД(22;121) НОД(125;35)

НОК(22;121) НОК(125;35)

Разложить числа на простые сомножители:

945; 6930; 1836; 252

Выполните действие:

1) $3795/33$; $7241/56$.

2) $3267/99$; $4843/27$.

511 а) Сколько существует чисел, кратных 8 и не превосходящих 300?
Назовите самое большое такое число.

б) Сколько существует чисел, кратных 11 и не превосходящих 460?
Назовите первое число, кратное 11, которое больше 460.

512 ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■ Семья, которая живёт в двадцатиэтажном доме-башне с одним подъездом, в квартире № 85, заказала на дом пиццу. Помогите разносчику пиццы узнать, на какой этаж он должен подняться.

Домашнее задание.

п.6.5, №505, 507, 509

Устный счёт под запись

$$36 \cdot 5 = 180$$

$$\text{НОД}(2;22)$$

$$8 \cdot 25 \cdot 8 = 1600$$

$$\text{НОД}(6;48)$$

$$345 \cdot 4 = 1380$$

$$\text{НОК}(20;100)$$

$$3x - x = 12 + 44$$

$$\text{НОК}(160;8)$$

$$12x + 4 - 10x = 66 - 22$$

$$\text{НОК}(325;25)$$

Обобщающий урок по теме «Делимость чисел»

546. На изготовление одной детали робот тратит 2 мин 15 с. Сколько таких деталей он может изготовить за 9 суток непрерывной работы?

547. За одни сутки через неплотно закрытый кран со струёй толщиной в спичку теряется 400 л воды. Сколько восьмилитровых вёдер попусту вытекает из этого крана за 30 дней?

552. По железной дороге нужно перевезти 750 т зерна. Сколько для этого потребуются вагонов, вмещающих каждый по 60 т зерна? В скольких вагонах, вмещающих по 40 т, можно перевезти это же зерно?

553. Найдите делимое, если:

а) неполное частное 18, делитель 47, а остаток 22;

б) неполное частное 103, делитель 58, а остаток 33;

в) неполное частное 0, делитель 65, а остаток 33.

13. Объясните, почему:
- а) сумма $345 + 1420$ делится на 5;
 - б) сумма $128 + 821$ не делится на 2;
 - в) произведение $87 \cdot 112$ делится на 3.
17. Сто яиц для транспортировки нужно уложить в коробки. В наличии имеются коробки для 6 яиц. Сколько таких коробок потребуется?

Разложить числа на простые сомножители:

2079

Выполните действие:

$10395/99$; $3465/24$.

Домашнее задание.

п.6.1-6.5, №518(а), стр.134(1-12)

Делимость натуральных чисел.

529. Масса чугунной болванки 20 кг. Сколько деталей по 18 кг можно отлить из 10 болванок? Сколько чугуна останется?

530. На пошив одного пододеяльника требуется 6 м полотна. Сколько пододеяльников можно сшить из 200 м полотна? Сколько полотна останется?

531. Масса чугунной болванки 16 кг. Сколько таких болванок потребуется для отливки 41 детали, каждая из которых имеет массу 12 кг? Сколько чугуна останется?

532. Заполните таблицу:

Делимое	Делитель	Неполное частное	Остаток
647	81		
397		10	
	84	25	11

537. Назовите наименьшее двузначное число, при делении которого на 12 получается остаток 2.

538. Найдите делимое, если делитель 25, неполное частное 0, а остаток 12.

НОД(350;77)

НОД(357;35)

НОК(350;77)

НОК(357;35)

514 Сколько в октябре воскресений, если 1 октября – понедельник? а если 1 октября – пятница?

515 Подсчитайте, сколько дней в первом полугодии учебного года (с 1 сентября до Нового года), и определите, сколько в нём суббот, если 1 сентября – вторник.

Домашнее задание.

п.6.1-6.4, №497, 522, 508

Делимость - повторение.

$$a:b=c \text{ нацело } (40:10=4)$$

a - делимое = кратное (40)

b - делитель (10), c - частное.

Общий делитель или кратное м.б. у 2-х и более чисел.

ОД(30;45): 1,3,5,15 и всё, ОК(30;45)=90, $90*2=180$, $90*3=270$...

Подчёркнуты НОД(30;45); НОК(30;45).

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначают так: НОД (a ; b). Мы выяснили, что НОД (30; 45) = 15.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначают так: НОК (a ; b). Мы нашли, что НОК (10; 12) = 60.

Если в произведении один из множителей делится на некоторое число, то и само произведение делится на это число.

Если первое число делится на второе, а второе делится на третье, то первое число делится на третье.

Если в сумме каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сама сумма делится на это число.

Если в сумме одно из слагаемых не делится на некоторое число, а остальные делятся, то сумма на это число не делится.

Делимость - повторение. Признаки

Если число оканчивается чётной цифрой, т. е. одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8, то оно делится на 2. Числа, оканчивающиеся нечётной цифрой 1, 3, 5, 7, 9, не делятся на 2.

Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3; если сумма цифр числа не делится на 3, то и само число не делится на 3.

Если число оканчивается цифрой 0 или цифрой 5, то оно делится на 5. Число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 5.

Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9; если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10. Число, оканчивающееся любой другой цифрой, не делится на 10.

делимое = делитель · неполное частное + остаток.

Делимое равно произведению делителя и неполного частного, сложенному с остатком.

$$a = b \cdot c + d$$

a - делимое,

b - делитель,

c - неполное частное,

d - остаток.

делимое		делитель
	$\begin{array}{r} 182 \\ -16 \\ \hline 22 \\ -20 \\ \hline 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ 45 \\ \hline 2 \end{array}$
	остаток	неполное частное