Комбинаторные задачи.

08.04.2020

Комбинаторика- это область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.

Сколько существует способов составить определённый набор из множества частей, компонентов.

Комбинаторные задачи.

Комбинаторные задачи можно решать разными способами, основные 2 – перебор вариантов и правила действий (суммы или произведения).

Перебор возможен:
• просто перечислением (как обычно вы делаете),
•табличным способом по установленному свойству элементов,
• с помощью дерева (графа) комбинаций.

Примеры

Бросают 2 монеты. Сколько возможно исходов?

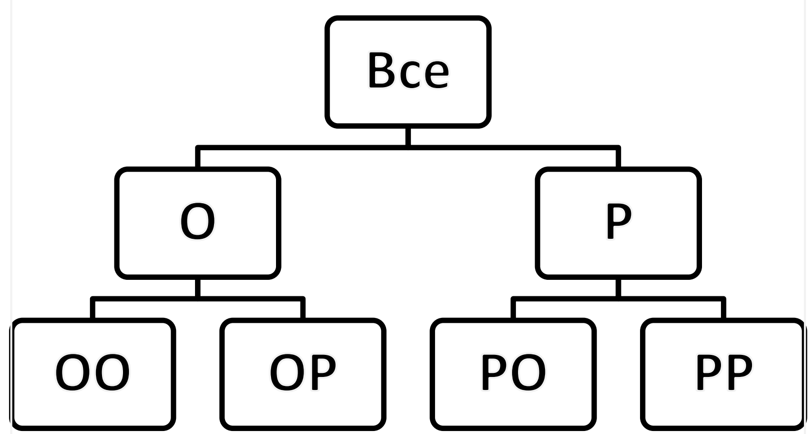
Простой перебор: ОО; ОР; РО; РР. Всего 4 исхода.
(но если монет >2, то перебор становится трудоёмким)

Таблица вариантов:

2 монета 1 монета	**О**	**Р**
О	ОО	ОР
Р	РО	РР

Те же 4 исхода.

Дерево вариантов:



Те же 4 исхода.

Ответ: 4.

Пример из учебника

З а д а ч а 2. **При встрече 8 приятелей обменялись рукопожатиями, причём каждый пожал руку каждому. Сколько всего было рукопожатий?**

Присвоим каждому из приятелей номер — от 1 до 8. Тогда каждое рукопожатие можно закодировать двузначным числом. Например, двузначное число 47 — это рукопожатие между приятелями с номерами 4 и 7. Договоримся, что из чисел, кодирующих одно и то же рукопожатие, мы всегда будем учитывать меньшее. Поэтому, например, из чисел 68 и 86 надо выбрать 68.

Коды рукопожатий естественно выписывать в порядке возрастания. Сначала будем выписывать коды, начинающиеся с цифры 1, потом — с цифры 2 и т. д. Для подсчёта их удобно расположить треугольником:

12	13	14	15	16	17	18	— 7
	23	24	25	26	27	28	— 6
		34	35	36	37	38	— 5
			45	46	47	48	— 4
				56	57	58	— 3
					67	68	— 2
						78	— 1

Подсчитаем число кодов: 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28. Таким образом, всего было сделано 28 рукопожатий.

Ответ: 28.

Правила действий

Правило суммы: Если некоторый объект А может быть выбран m способами, а объект В- k способами, то объект «либо А, либо В» можно выбрать m+k способами.

Правило произведения: Если объект А можно выбрать m способами, а после каждого такого выбора другой объект В можно выбрать (независимо от выбора объекта А) k способами, то пары объектов «А и В» можно выбрать m●k способами.

Примеры

Правило суммы: 1. Допустим, что в ящике находится n разноцветных шаров. Произвольным образом вынимается 1 шарик. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: n способами.

Распределим эти n шариков по двум ящикам: в первый- m шариков, во второй- k шариков. Произвольным образом из произвольно выбранного ящика вынимается 1 шарик. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: Из первого ящика шарик можно вынуть m способами, из второго- k способами. Тогда всего способов $m+k=n$.

Ответ: n способами.

Примеры

1. Сколько двузначных чисел существует?

Решение: Число десятков может быть обозначено любой цифрой от 1 до 9.

Число единиц может быть обозначено любой цифрой от 0 до 9. Если число десятков равно 1, то число единиц может быть любым (от 0 до 9).

Таким образом, существует 10 двузначных чисел, с числом десятков- 1. Аналогично рассуждаем и для любого другого числа десятков. Тогда можно посчитать, что существует 9●10 = 90 двузначных чисел.

Или по правилу произведения, ведь значения десятков и единиц независимы : 9 (десятков) ● 10 (единиц) = 90 чисел.

Ответ: 90 способами.

Примеры

2. Имеется 2 ящика. В одном лежит 7 разноцветных кубиков, а в другом- 11 разноцветных шариков. Сколькими способами можно выбрать пару «Кубик-шарик»?

Решение: Выбор шарика не зависит от выбора кубика, и наоборот. Поэтому, по правилу произведения, число способов, которыми можно выбрать данную пару -- 7●11=77.

Ответ: 77 способами.

Домашнее задание.

П.10.4.№ 849-851, 855-857