

Основные формулы математики 7-11

<p style="text-align: center;"><u>Формулы сокращенного умножения (ФСУ).</u></p> <p>1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; 2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$; 3) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$; 4) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$; 5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; 6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$; 7) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$; 8) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$; 9) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.</p> <p style="text-align: center;"><u>Степени и корни.</u></p> <p>10) $a^0=1$; 11) $a^1=a$; 12) $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$; 13) $a^m : a^n=a^{m-n}$; 14) $(a^m)^n=a^{mn}$; 15) $(ab)^n=a^n \cdot b^n$; 16) $(\frac{a}{b})^n = a^n : b^n$; 17) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; 18) $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$. 19) $\sqrt{a^2}= a$; 20) $(\sqrt{a})^2=a$; 21) $\sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}}$; 22) $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{1}{3}}$; 23) $\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}$. 24) Бином Ньютона. $(a+b)^n=a^n+C_n^1 a^{n-1}b+C_n^2 a^{n-2}b^2+\dots$ $+C_n^k a^{n-k}b^k+\dots+b^n$. Здесь $C_n^1=n$; $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$; $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ 25) $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k$ – это $(k+1)$-й член бинома $(a+b)^n$. <u>Комбинаторика.</u> 26) Факториал $n!=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n$. 27) Перестановки $P_n=n!$ 28) Размещения $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; 29) Сочетания $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. 30) Свойства сочетаний: $C_n^m=C_n^{n-m}$; $C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$.</p>	<p style="text-align: center;"><u>Решение неполных квадратных уравнений.</u></p> <p>31) Если $ax^2+c=0$, то $x=\pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$, при $-\frac{c}{a}>0$; 32) Если $ax^2+bx=0$, то $x(ax+b)=0$. Отсюда $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$. <u>Решение полных квадратных уравнений.</u> 33) $ax^2+bx+c=0$. При нечетном b дискриминант $D=b^2-4ac$. Если $D>0$, то $x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$; $x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$. Если $D=0$, то $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$. Если $D<0$, то действительных корней нет. 34) $ax^2+bx+c=0$. При четном b дискриминант $D_1=(\frac{b}{2})^2-ac$. Если $D_1>0$, то $x_1=\frac{-\frac{b}{2}-\sqrt{D_1}}{a}$; $x_2=\frac{-\frac{b}{2}+\sqrt{D_1}}{a}$. Если $D_1=0$, то $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$. Если $D_1<0$, то действительных корней нет. <u>Метод коэффициентов для решения уравнения $ax^2+bx+c=0$.</u> 35) Если $a+b+c=0$, то $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$; 36) Если $a-b+c=0$, то $x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}$. 37) Формула разложения квадратного трехчлена на линейные множители. $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$. 38) Теорема Виета для полного квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$. ($D>0$) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 39) Теорема Виета для приведенного квадратного уравнения. $x^2+px+q=0$. ($D>0$) $x_1+x_2=-p$; $x_1 \cdot x_2=q$.</p>
---	---

Квадратичная функция.

- 40)** Графиком квадратичной функции $y= ax^2+bx+c$ (или $y=a(x-m)^2+n$) служит парабола. Ветви параболы направлены вверх при $a>0$ и направлены вниз при $a<0$.
41) Вершина параболы $O'(m; n)$, где $m=-\frac{b}{2a}$; $n=y(m)$. **42)** Если дискриминант $D=b^2-4ac>0$, то парабола пересечет ось Ox в двух точках $(x_1; 0)$ и $(x_2; 0)$. Если $D=0$, то парабола касается оси Ox в точке $x=-\frac{b}{2a}$. Если $D<0$, то парабола не пересекает ось Ox .

Прогрессии.

<p>43) Арифметическая прогрессия: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$. Здесь $a_2=a_1+d$; $a_3=a_2+d$; $a_4=a_3+d$; $\dots, a_n=a_{n-1}+d, \dots$, где d – разность арифметической прогрессии $\{a_n\}$.</p>	<p>44) Геометрическая прогрессия: $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, \dots, b_n, \dots$. Здесь $b_2=b_1 \cdot q$; $b_3=b_2 \cdot q$; $b_4=b_3 \cdot q$; \dots; $b_n=b_{n-1} \cdot q$, где q – знаменатель геометрической прогрессии $\{b_n\}$.</p>
---	--

Основные формулы математики 7-11

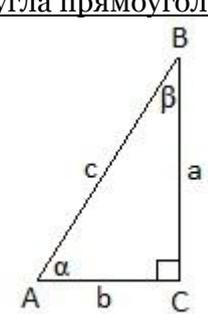
<p>45) Формула n-го члена арифметической прогрессии. $a_n = a_1 + (n-1)d$.</p> <p>46) Свойства арифметической прогрессии. 1) $a_n = (a_{n-1} + a_{n+1}) : 2$; 2) $a_n = (a_{n-k} + a_{n+k}) : 2$.</p> <p>47) Формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии. 1) $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$; 2) $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$.</p>	<p>48) Формула n-го члена геометрической прогрессии. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.</p> <p>49) Свойства геометрической прогрессии. 1) $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$; 2) $b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}$.</p> <p>50) Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ или $S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$, где $q \neq 1$;</p>
---	--

51) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. ($|q| < 1$). $S = \frac{b_1}{1-q}$.

52) Перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь.

Бесконечная периодическая десятичная дробь равна обыкновенной дроби, в числителе которой разность между всем числом после запятой и числом после запятой до периода дроби, а знаменатель состоит из «девяток» и «нулей», причем, «девяток» столько, сколько цифр в периоде, а «нулей» столько, сколько цифр после запятой до периода дроби.

53) Пример. $2,41(6) = 2 \frac{416-41}{900} = 2 \frac{375}{900} = 2 \frac{5}{12}$.

<p>54) Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. ($\alpha + \beta = 90^\circ$)</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ <p style="text-align: center;">(противолежащий катет) гипотенуза</p> $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ <p style="text-align: center;">(прилежащий катет) гипотенуза</p> </div> </div> <p>$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ (противолежащий катет / прилежащий катет)</p> <p>$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$ (прилежащий катет / противолежащий катет)</p> <p>55) $\sin \beta = \frac{b}{c}$; $\cos \beta = \frac{a}{c}$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{a}{b}$.</p> <p>Имеем: $\sin \beta = \cos \alpha$; $\cos \beta = \sin \alpha$; $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{ctg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \beta = \operatorname{tg} \alpha$ Так как $\beta = 90^\circ - \alpha$, то</p> <p>56) $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; 57) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; 58) $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$; 59) $\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$.</p> <p>Косинусы углов, дополняющих друг друга до 90°, равны между собой.</p>	<p>Основные тригонометрические тождества.</p> <p>60) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; 61) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$; 62) $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$; 63) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; 64) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; 65) $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$; 66) $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$; 67) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$; 68) $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; 69) $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.</p> <p>Формулы сложения.</p> <p>70) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$; 71) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$; 72) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$; 73) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$; 74) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$; 75) $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha + \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}$; 76) $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$; 77) $\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}$.</p>
--	--

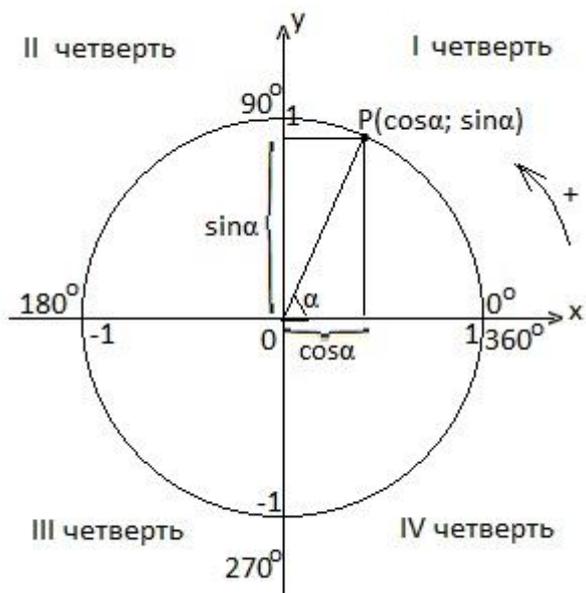
Формулы двойного аргумента.

Формулы тройного аргумента.

<p>78) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$; 79) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$; 80) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$; 81) $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha}$; 82) $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$; 83) $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$.</p>	<p>84) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$; 85) $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$; 86) $\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$.</p>
---	--

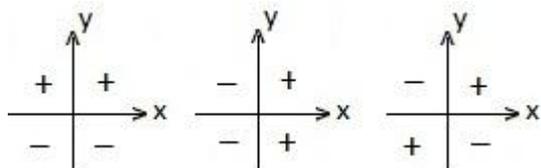
Основные формулы математики 7-11

87) Синус и косинус любого угла.



88) Из тригонометрических функций четная только одна: $y = \cos x$, остальные три – нечетные, т. е. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$; $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$.

Знаки тригонометрических функций по координатным четвертям.



89) знаки синуса.

90) знаки косинуса.

91) знаки тангенса и котангенса.

92) Значения тригонометрических функций некоторых углов.

Аргумент	Функция			
	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0°	0	1	0	-
$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	1	0	-	0
$180^\circ = \pi$	0	-1	0	-
$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$	-1	0	-	0
$360^\circ = 2\pi$	0	1	0	-

93) 1 радиан – величина центрального угла, опирающегося на дугу, длина которой равна радиусу данной окружности. $1 \text{ рад.} \approx 57^\circ$.

94) Перевод градусной меры угла в радианную.

$$\alpha^\circ = \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

95) Перевод радианной меры угла в градусную.

$$\beta = \beta \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

96) Формулы приведения.

Мнемоническое правило:

1. Перед приведенной функцией ставят знак приводимой.

2. Если в записи аргумента $\frac{\pi}{2}$ (90°) взято нечетное число раз, то функцию меняют на кофункцию.

Угол	Функция			
	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$
α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$90^\circ - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$90^\circ + \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$180^\circ - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$180^\circ + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$270^\circ - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$270^\circ + \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$360^\circ - \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$360^\circ + \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Формулы преобразования суммы (разности) в произведение.

$$\mathbf{97) \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};}$$

$$\mathbf{98) \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2};}$$

$$\mathbf{99) \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};}$$

$$\mathbf{100) \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2};}$$

$$\mathbf{101) \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};}$$

$$\mathbf{102) \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};}$$

$$\mathbf{103) \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta};}$$

$$\mathbf{104) \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}.}$$

Формулы преобразования произведения в сумму (разность).

$$\mathbf{105) \sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) - \cos(x + y));}$$

$$\mathbf{106) \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x + y) + \sin(x - y));}$$

$$\mathbf{107) \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\sin(x + y) - \sin(x - y));}$$

$$\mathbf{108) \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x + y) + \cos(x - y)).}$$

Основные формулы математики 7-11

Формулы половинного аргумента.

<p>109) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; 110) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$;</p> <p>111) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$; 112) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$;</p> <p>113) $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$; 114) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$.</p>	<p>115) $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$; 116) $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$;</p> <p>117) $\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; 118) $\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$.</p>
--	---

Обратные тригонометрические функции.

119) Арксинусом числа a ($\arcsin a$) называется угол из промежутка $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, синус которого равен a . Примеры:

а) $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, так как $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$;

б) $\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$, т. к. $\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

arcsin(-a) = - arcsin a.

120) Арккосинусом числа a ($\arccos a$) называется угол из промежутка $[0; \pi]$, косинус которого равен a . Примеры:

а) $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, так как $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$;

б) $\arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3}$, так как $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

arccos(-a) = π - arccos a.

121) Арктангенсом числа a ($\operatorname{arctg} a$) называется угол из промежутка $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, тангенс которого равен a .

Примеры: а) $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$, так как $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$;

б) $\operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$, так как $\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4}) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1$.

arctg(-a) = - arctg a.

122) Арккотангенсом числа a ($\operatorname{arctg} a$) называется угол из промежутка $(0; \pi)$, котангенс которого равен a .

Примеры: а) $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$, так как $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$;

б) $\operatorname{arctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$, так как $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} = \operatorname{ctg}(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1$. **arctg(-a) = π - arctg a.**

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Общие формулы.

123) $\sin t = a, 0 < a < 1$ $t = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	124) $\sin t = -a, 0 < a < 1$ $t = (-1)^{n+1} \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
125) $\cos t = a, 0 < a < 1$ $t = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	126) $\cos t = -a, 0 < a < 1$ $t = \pm (\pi - \arccos a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
127) $\operatorname{tg} t = a, a > 0$ $t = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	128) $\operatorname{tg} t = -a, a > 0$ $t = -\operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
129) $\operatorname{ctg} t = a, a > 0$ $t = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	130) $\operatorname{ctg} t = -a, a > 0$ $t = \pi - \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Частные формулы.

131) $\sin t = 0$ $t = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	132) $\sin t = 1$ $t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	133) $\sin t = -1$ $t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
134) $\cos t = 0$ $t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	135) $\cos t = 1$ $t = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	136) $\cos t = -1$ $t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
137) $\operatorname{tg} t = 0$ $t = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	138) $\operatorname{ctg} t = 0$ $t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	

Решение простейших тригонометрических неравенств.

139) $\sin t < a$ ($ a < 1$), $-\pi - \arcsin a + 2\pi n < t < \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.	143) $\operatorname{tg} t < a, -\frac{\pi}{2} + \pi n < t < \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
140) $\sin t > a$ ($ a < 1$), $\arcsin a + 2\pi n < t < \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.	144) $\operatorname{tg} t > a, \operatorname{arctg} a + \pi n < t < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
141) $\cos t < a$ ($ a < 1$), $\arccos a + 2\pi n < t < 2\pi - \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.	145) $\operatorname{ctg} t < a, \operatorname{arctg} a + \pi n < t < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
142) $\cos t > a$ ($ a < 1$), $-\arccos a + 2\pi n < t < \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.	146) $\operatorname{ctg} t > a, \pi n < t < \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

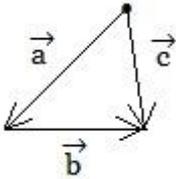
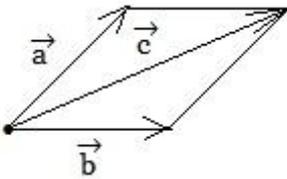
Основные формулы математики 7-11

<p><u>Прямая на плоскости.</u></p> <p>147) Общее уравнение прямой: $Ax + By + C = 0$.</p> <p>148) Уравнение прямой с угловым коэффициентом: $y = kx + b$ (k – угловой коэффициент).</p> <p>149) Острый угол между прямыми $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ определяется по формуле: $\operatorname{tg}\alpha = \left \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right$.</p> <p>150) $k_1 = k_2$ - условие параллельности прямых $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$.</p> <p>151) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ - условие перпендикулярности прямых $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$.</p> <p>152) Уравнение прямой, имеющей угловой коэффициент k, и проходящей через точку $M(x_1; y_1)$, имеет вид: $y - y_1 = k(x - x_1)$. Отсюда: $k = \frac{y - y_1}{x - x_1}$.</p>	<p>153) Уравнение прямой, проходящей через две данные точки $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ имеет вид: $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.</p> <p>154) Длина отрезка M_1M_2 с концами в точках $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$. $M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.</p> <p>155) Координаты точки $M(x_0; y_0)$ – середины отрезка M_1M_2. $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}; y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$.</p> <p>156) Координаты точки $C(x; y)$, делящей в заданном отношении λ отрезок M_1M_2 между точками $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$. $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$.</p> <p>157) Расстояние от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $ax + by + c = 0$. $d = \left \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right$.</p>
---	---

Уравнение окружности.

<p>158) Окружность с центром в начале координат: $x^2 + y^2 = r^2$, r – радиус окружности.</p> <p>159) Окружность с центром в точке $(a; b)$ и радиусом r: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.</p>
--

Векторы в пространстве. (имеют на одну координату больше - просто уберите последнюю координату a_3 (b_3 или z) в каждой формуле и вы получите векторы на плоскости).

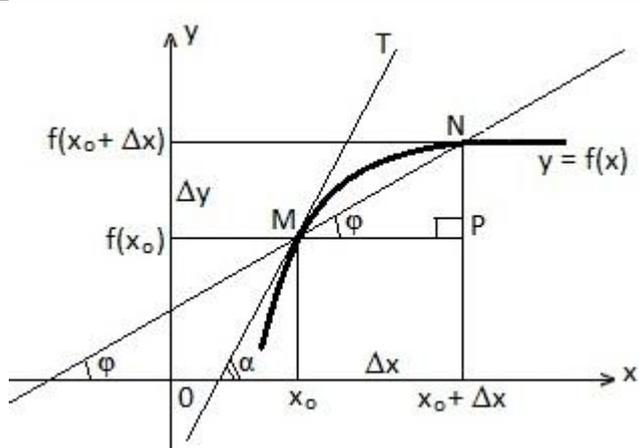
<p>160) Если $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$, то координаты вектора $\vec{M_1M_2}$ $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.</p> <p>161) Длина (модуль) вектора $\vec{M_1M_2}$. $\vec{M_1M_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.</p> <p>162) Если $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$, то $\vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.</p> <p>163) $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$. Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $a_1 = b_1; a_2 = b_2; a_3 = b_3$.</p> <p>164) $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$. Если $\vec{c} = \vec{a} \pm \vec{b}$, то $\vec{c}(a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.</p> <p>165) Умножение вектора на скаляр. $\lambda \vec{a}(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$.</p> <p>166) $\lambda(\vec{a} \pm \vec{b}) = \lambda \vec{a} \pm \lambda \vec{b}$.</p> <p>167) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ - условие перпендикулярности векторов $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$.</p> <p>168) Условие коллинеарности векторов: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$.</p> <p>169) <u>Скалярное произведение векторов</u> $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$: 1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$; 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\vec{a} \wedge \vec{b})$.</p>	<p>170) Косинус угла между векторами $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$: $\cos(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ или $\cos(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.</p> <p>171) Любой вектор $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ в пространстве можно разложить по трем взаимно перпендикулярным единичным векторам (ортам) $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Тогда $\vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j} + a_3 \cdot \vec{k}$.</p> <p>172) $(\vec{a})^2 = \vec{a} ^2$. 173) $\vec{a} = \sqrt{(\vec{a})^2}$.</p> <p><u>Сложение векторов на плоскости.</u></p> <p>174) Правило треугольника.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}; \quad \vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$.</p> <p>175) Правило параллелограмма.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.</p>
--	---

Основные формулы математики 7-11

Пределы.

<p>176) Постоянная величина a называется пределом переменной величины x, если эта переменная x при своем изменении неограниченно приближается к a.</p> <p>177) Предел постоянной величины равен самой постоянной величине.</p> <p>178) Постоянный множитель можно вынести за знак предела.</p> <p>179) $\lim(u \pm v) = \lim u \pm \lim v$;</p> <p>180) $\lim(uv) = \lim u \cdot \lim v$; 181) $\lim \frac{u}{v} = \frac{\lim u}{\lim v}$.</p>	<p>182) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$;</p> <p>183) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$;</p> <p>184) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$;</p> <p>185) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e$.</p>
--	--

Производная. Производная есть скорость изменения функции в точке **x**.

 <p>186) Определение производной. $y' = f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$</p> <p>187) Уравнение касательной (MT) к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 имеет вид: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$.</p> <p>188) Геометрический смысл производной: $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$, где α – угол между касательной (MT) к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 и положительным направлением оси Ox; k – угловой коэффициент касательной.</p> <p>189) Физический смысл производной: если функция $y=x(t)$ описывает путь, по которому прямолинейно движется некоторая точка, то скорость движения этой точки $v(t)=x'(t)$, а ее ускорение $a(t)=v'(t)$.</p> <p>190) Отыскание производной называется <u>дифференцированием</u> функции.</p>	<p><u>Основные правила дифференцирования.</u></p> <p>Пусть C – постоянная, $u=u(x)$, $v=v(x)$ – функции, имеющие производные.</p> <p>191) $C'=0$; 192) $x'=1$; 193) $(u \pm v)' = u' \pm v'$; 194) $(Cu)' = C \cdot u'$; 195) $(uv)' = u'v + uv'$;</p> <p>196) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; 197) $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$.</p> <p>198) Если $y=f(u)$, $u=u(x)$, т. е. $y=f(u(x))$, где функции $f(u)$ и $u(x)$ имеют производные, то $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ (правило дифференцирования сложной функции).</p> <p><u>Формулы дифференцирования.</u></p> <p>199) $(x^n)' = nx^{n-1}$; 200) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;</p> <p>201) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; 202) $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$;</p> <p>203) $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$;</p> <p>204) $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$; 205) $\left(\frac{1}{\sqrt[n]{x}}\right)' = -\frac{1}{nx \sqrt[n]{x}}$;</p> <p>206) $(\sin x)' = \cos x$; 207) $(\cos x)' = -\sin x$;</p> <p>208) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; 209) $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$;</p> <p>210) $(e^x)' = e^x$; 211) $(a^x)' = a^x \ln a$; 212) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$;</p> <p>213) $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$; 214) $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;</p> <p>215) $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;</p> <p>216) $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$; 217) $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$.</p>
---	--

218) Функция - соответствие, при котором каждому числу **x** из множества **D** сопоставляется по некоторому правилу число **y**, зависящее от **x**.

<p>219) <u>Область определения функции</u> ($D(y)$), заданной формулой, считают множество всех значений переменной, при которых эта формула имеет смысл.</p>	<p>220) <u>Область значений функции</u> ($E(y)$) считают множество всех значений $f(x)$, где $x \in D(y)$.</p>
--	--

Основные формулы математики 7-11

<p>221) Функция f называется четной, если вместе с каждым значением переменной x из области определения функции значение $(-x)$ также входит в область определения этой функции и при этом выполняется равенство: $f(-x)=f(x)$.</p>	<p>222) Функция f называется нечетной, если вместе с каждым значением переменной x из области определения функции значение $(-x)$ также входит в область определения этой функции и при этом выполняется равенство: $f(-x) = -f(x)$.</p>
--	---

<p>223) Функцию f называют периодической с периодом $T \neq 0$, если для любого x из области определения значения этой функции в точках $x, x-T, x+T$ равны, т. е. выполняется равенство: $f(x+T)=f(x)=f(x-T)$.</p>	<p><u>Определение периода функции.</u> 224) Если функция f периодическая и имеет период T, то функция $Af(kx+b)$, где A, k и b постоянны, а $k \neq 0$, также периодична, причем ее период $T_0 = \frac{T}{ k }$.</p>
---	--

<p>225) Нахождение функции, обратной данной.</p> <p>1) Выразить переменную x через y;</p> <p>2) В полученном равенстве вместо x написать y, а вместо y написать x.</p>	<p><u>Примечания.</u></p> <p>226) Графики взаимно обратных функций $f(x)$ и $g(x)$ симметричны относительно прямой $y=x$ (биссектрисы I и III координатных углов).</p> <p>227) Область определения данной функции станет областью значений для обратной функции, а область значений данной функции станет областью определения для обратной функции: $D(f) \rightarrow E(g)$; $E(f) \rightarrow D(g)$.</p>
---	---

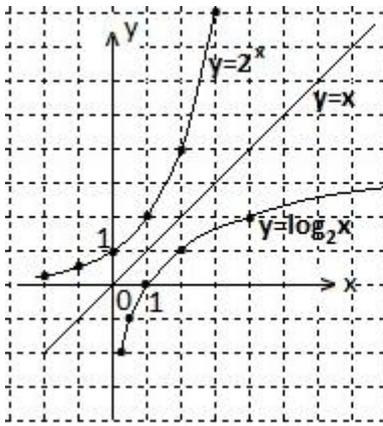
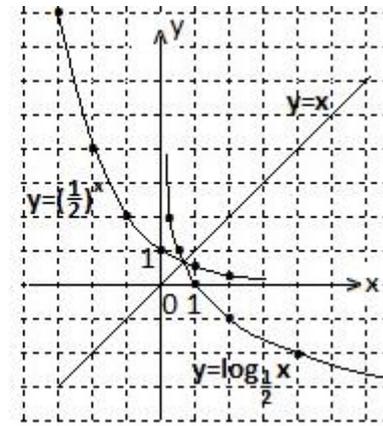
<p>228) <u>Критическими точками функции</u> называют внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю или не существует.</p> <p>229) <u>Возрастание, убывание и экстремумы функции</u> (на примере некоторой функции, см. рис.)</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>x_1, x_2, x_3 – критические точки функции. <i>Примечание:</i> $y''(x_1) < 0$ и $y''(x_3) < 0$; $y''(x_2) > 0$.</p> <p>230) Если вторая производная в критической точке x_1 отрицательна, то данная функция в этой критической точке имеет максимум.</p> <p>231) Если вторая производная в критической точке x_2 положительна, то данная функция в этой критической точке имеет минимум.</p> <p>232) Если экстремумы находят с помощью второй производной, а вторая производная в критической точке окажется равной нулю, то исследования функции нужно продолжать с помощью первой производной.</p>	<p>233) Если $f(x)$ и $g(x)$ являются взаимно обратными функциями, и если существуют $f'(x_0)$ и $g'(x_0)$, то $g'(x_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.</p> <p>234) <u>Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции</u> $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$, нужно найти значения этой функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые принадлежат данному отрезку, а затем из всех полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.</p> <p>235) <u>Схема исследования функции.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) область определения $D(f)$; 2) четность (нечетность); периодичность; 3) точки пересечения графика с осями координат; 4) промежутки знакопостоянства; 5) промежутки возрастания и убывания; 6) точки экстремума и значения функции в этих точках; 7) поведение функции в окрестности каждой «особой» точки и при больших по модулю значениях x.
--	--

Основные формулы математики 7-11

Корень n-й степени.

<p>236) Неотрицательное значение корня n-й степени из неотрицательного числа называется арифметическим корнем. $x = \sqrt[n]{a}$, если $x^n = a$.</p> <p>237) Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называются иррациональными. При решении иррациональных уравнений их корни всегда рассматриваются как арифметические</p>	<p>Для любого натурального n, целого k и любых неотрицательных чисел a и b выполнены равенства:</p> <p>238) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$; 239) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;</p> <p>240) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; ($b \neq 0$)</p> <p>241) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$; 242) $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$;</p> <p>243) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$. ($k > 0$)</p>
--	--

Показательная и логарифмическая функции.

<p>244) Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$, x – любое число, называют показательной. Область определения показательной функции $D(y) = \mathbb{R}$, область значений $E(y) = \mathbb{R}_+$.</p> <p>245) При $a > 1$ функция $y = a^x$ возрастает; при $0 < a < 1$ функция $y = a^x$ убывает. Для показательной функции справедливы все свойства степенной функции:</p> <p>246) $a^1 = a$; 247) $a^0 = 1$;</p> <p>248) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; 249) $a^x : a^y = a^{x-y}$;</p> <p>250) $(a^x)^y = a^{xy}$; 251) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$;</p> <p>252) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$;</p> <p>253) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$; 254) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-x} = \left(\frac{b}{a}\right)^x$</p> <p>255) Функцию, обратную показательной, называют логарифмической и записывают $y = \log_a x$. Область определения логарифмической функции $D(y) = \mathbb{R}_+$, область значений $E(y) = \mathbb{R}$.</p> <p>256) При $a > 1$ функция $y = \log_a x$ возрастает; при $0 < a < 1$ функция $y = \log_a x$ убывает.</p>	<p>257) $y = 2^x$ и $y = \log_2 x$;</p>  <p>258) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.</p>  <p>259) Логарифмом числа b по основанию a (пишут $\log_a b$) называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b. Так $\log_a b = n$, если $a^n = b$.</p> <p>260) Под знаком логарифма ($\log_a x$) могут быть только положительные числа, т. е. $a > 0$, $x > 0$, $a \neq 1$.</p> <p>261) Десятичный логарифм: $\log_{10} a = \lg a$.</p> <p>262) Натуральный логарифм $\log_e a = \ln a$, ($e \approx 2,72$).</p> <p>263) $a^{\log_a b} = b$ (основное логарифмическое тождество).</p> <p>264) $\log_a a = 1$; 265) $\log_a 1 = 0$; 266) $\log_a x^m = m \cdot \log_a x$;</p> <p>267) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$; 268) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$;</p> <p>269) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; 270) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; 271) $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$;</p> <p>272) $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$; 273) $\log_{a^r} b^r = \log_a b$;</p> <p>274) $k = \log_a a^k$.</p>
---	--

275) Степени некоторых простых чисел.

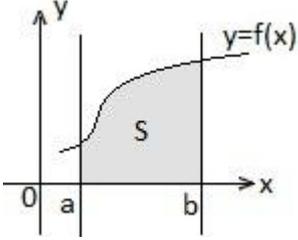
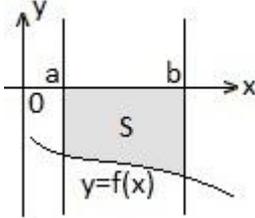
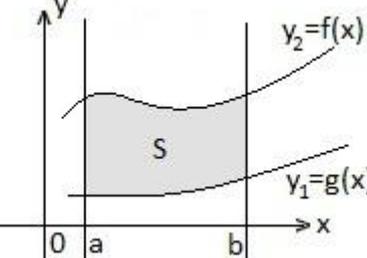
$2^0=1$	$2^8=256$	$3^0=1$	$5^0=1$	$7^0=1$	$11^0=1$
$2^1=2$	$2^9=512$	$3^1=3$	$5^1=5$	$7^1=7$	$11^1=11$
$2^2=4$	$2^{10}=1024$	$3^2=9$	$5^2=25$	$7^2=49$	$11^2=121$
$2^3=8$	$2^{11}=2048$	$3^3=27$	$5^3=125$	$7^3=343$	$11^3=1331$
$2^4=16$	$2^{12}=4096$	$3^4=81$	$5^4=625$	$7^4=2401$	$11^4=14641$
$2^5=32$	$2^{13}=8192$	$3^5=243$	$5^5=3125$	$7^5=16807$	
$2^6=64$	$2^{14}=16384$	$3^6=729$	$5^6=15625$		
$2^7=128$		$3^7=2187$			

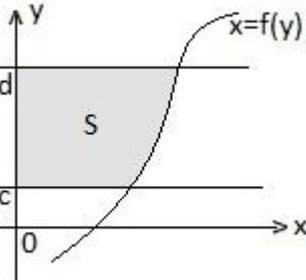
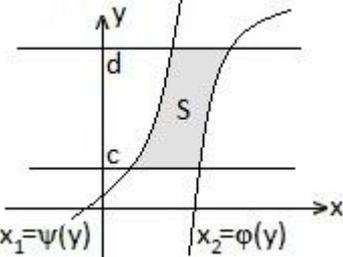
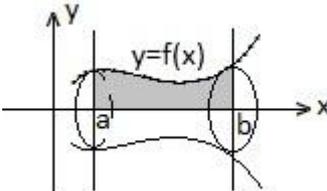
Основные формулы математики 7-11

Первообразная и интеграл.

<p>276) Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка $F'(x)=f(x)$.</p> <p>277) Любая первообразная для функции $f(x)$ на заданном промежутке может быть записана в виде $F(x)+C$, где $F(x)$ – одна из первообразных для функции $f(x)$, а C – произвольная постоянная.</p> <p>278) Совокупность всех первообразных $F(x)+C$ функции $f(x)$ на рассматриваемом промежутке называется неопределенным интегралом и обозначается $\int f(x)dx$, где $f(x)$ – подынтегральная функция, $f(x)dx$ – подынтегральное выражение, x – переменная интегрирования.</p> <p style="text-align: center;"><u>Основные свойства неопределенного интеграла.</u></p> <p>279) $(\int f(x)dx)' = f(x)$; 280) $d\int f(x)dx = f(x)dx$;</p> <p>281) $\int dF(x) = F(x) + C$ или $\int F'(x)dx = F(x) + C$;</p> <p>282) $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$;</p> <p>283) $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$;</p> <p>284) $\int f(kx + b)dx = \frac{1}{k}F(kx + b) + C$.</p>	<p style="text-align: center;"><u>Таблица интегралов.</u></p> <p>285) $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$, при $n \neq -1$;</p> <p>286) $\int \sqrt{u} du = \frac{2}{3}u\sqrt{u} + C$;</p> <p>287) $\int du = u + C$; 288) $\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C$;</p> <p>289) $\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + C$; 290) $\int \cos u du = \sin u + C$;</p> <p>291) $\int \sin u du = -\cos u + C$;</p> <p>292) $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C$;</p> <p>293) $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + C$;</p> <p>294) $\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + C$;</p> <p>295) $\int \frac{du}{1+u^2} = \operatorname{arctg} u + C$;</p> <p>296) $\int \frac{du}{u} = \ln u + C$; 297) $\int e^u du = e^u + C$;</p> <p>298) $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$.</p> <p>299) Если $F(x)$ – первообразная для $f(x)$ на $[a; b]$, то $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.</p> <p>Здесь $\int_a^b f(x)dx$ – определенный интеграл.</p> <p>300) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ – формула Ньютона-Лейбница.</p>
---	--

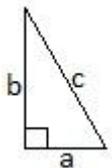
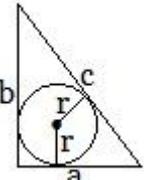
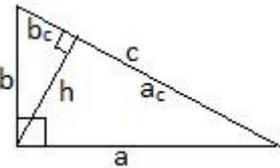
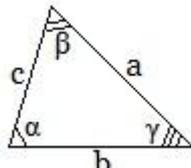
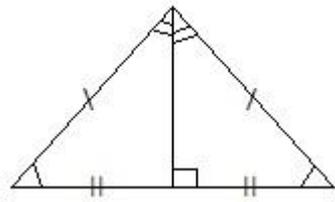
Площадь криволинейной трапеции (301 – 305).

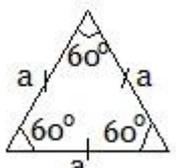
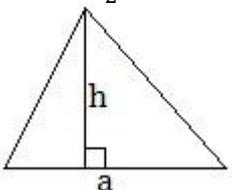
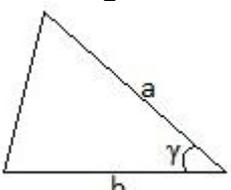
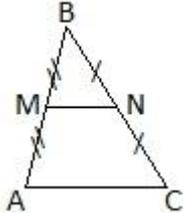
<p>301) $S = \int_a^b f(x)dx$</p> 	<p>302) $S = \int_a^b f(x)dx$</p> 	<p>303) $S = \int_a^b (y_2 - y_1)dx$</p> 
---	---	---

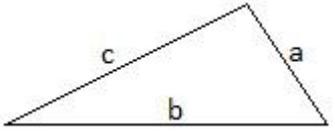
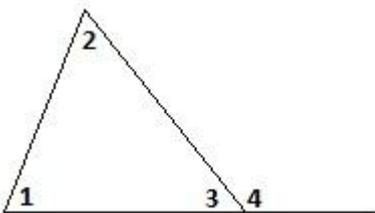
<p>304) $S = \int_c^d f(y)dy$</p> 	<p>305) $S = \int_c^d (x_2 - x_1)dy$</p> 	<p>306) Объем тела вращения $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$</p> 
---	--	--

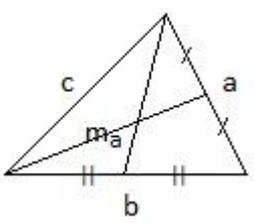
Основные формулы математики 7-11

Треугольники.

<p>Теорема Пифагора. 307) $a^2 + b^2 = c^2$</p>  <p>308) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot b$ 309) $2r = a + b - c$</p>  <p>r – радиус вписанной окружности</p>	<p>Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.</p>  <p>310) $h^2 = a_c \cdot b_c$; 311) $a^2 = c \cdot a_c$; 312) $b^2 = c \cdot b_c$; 313) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} c \cdot h$, где c – гипотенуза, h – высота, проведенная к гипотенузе</p>	<p>314) Теорема синусов. $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$, где R – радиус описанной окружности.</p>  <p>315) Теорема косинусов. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$; 316) $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.</p>	<p>317) Свойства равнобедренного треугольника.</p> <p>В равнобедренном треугольнике (длины боковых сторон равны) высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.</p> 
---	--	---	---

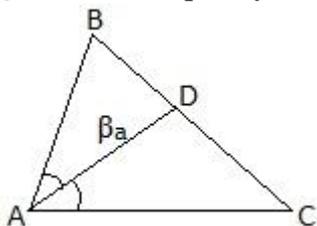
<p>318) $S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$</p> 	<p>319) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} ah$</p> 	<p>320) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$</p> 	<p>321) $MN = \frac{AC}{2}$ МN-средняя линия ΔABC</p> 
---	---	---	--

<p>322) Формула Герона.</p>  <p>$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$ – полупериметр</p>	<p>323) Сумма внутренних углов любого треугольника составляет 180°, т. е. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. 324) Внешний угол треугольника ($\angle 4$) равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, т. е. $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$.</p> 
---	---

	<p>325) Центр тяжести треугольника – точка пересечения медиан, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины. 326) $m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ – длина медианы, проведенной к стороне a. 327) Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, площадь каждого из этих двух треугольников равна половине площади данного треугольника.</p>
---	---

Основные формулы математики 7-11

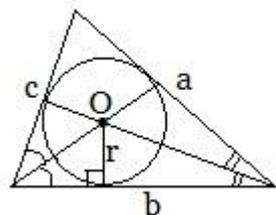
328) Биссектриса угла любого треугольника делит противоположную сторону на части, соответственно пропорциональные боковым сторонам треугольника. $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$;



329) если $AD = \beta_a$, то $\beta_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc p(p-a)}$, где p -полупериметр.

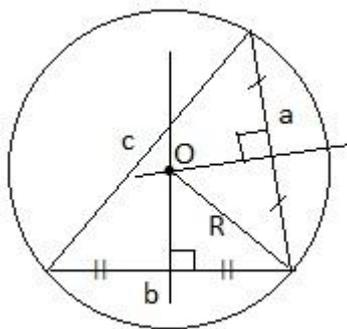
330) Все три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

331) Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис углов треугольника.



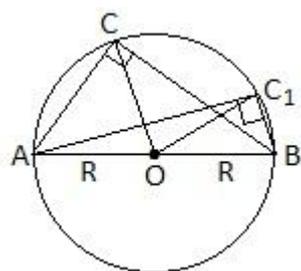
332) $S_{\Delta} = \frac{1}{2} P \cdot r$, где $P = a+b+c$, r -радиус вписанной окружности.

333) $r = \frac{2S}{a+b+c}$.



334) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

335) $R = \frac{abc}{4S}$.

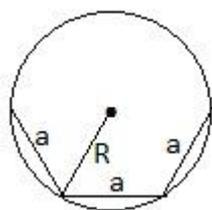


336) Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы: $R = \frac{AB}{2}$;

337) Медианы прямоугольных треугольников, проведенных к гипотенузе, равны половине гипотенузы (это радиусы описанной окружности) $OC = OC_1 = R$.

Формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников.

Окружность, описанная около правильного n-угольника.



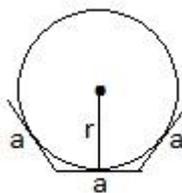
338) $R_n = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$

339) $R_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}$;

340) $R_4 = \frac{a}{\sqrt{2}}$;

341) $R_6 = a$.

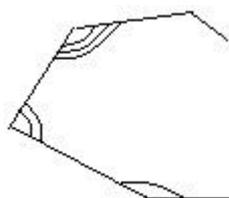
Окружность, вписанная в правильный n-угольник.



342) $r_n = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$

343) $r_3 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$;

344) $r_4 = \frac{a}{2}$; **345)** $r_6 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



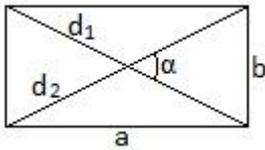
346) Сумма внутренних углов любого выпуклого n-угольника равна $180^\circ(n-2)$.

347) Сумма внешних углов любого выпуклого n-угольника равна 360° .

Основные формулы математики 7-11

Четырехугольники.

Прямоугольник.



348) $S=ab$;
 $d_1=d_2=d$ – диагонали
 прямоугольника
 равны.

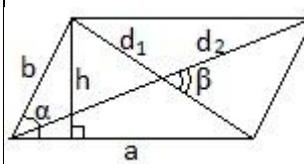
350) $d^2=a^2+b^2$.

α – угол между диагоналями.

349) $S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha$;

351) Около любого прямоугольника можно описать окружность, центр которой – точка пересечения диагоналей; диагонали являются диаметрами окружности.

Параллелограмм.



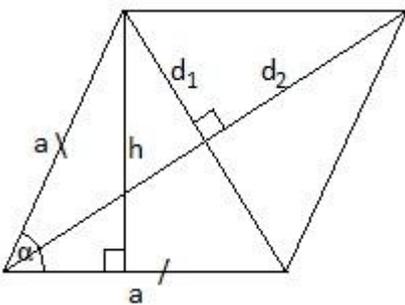
352) Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его

сторон: $d_1^2+d_2^2=2(a^2+b^2)$.

353) $S=ah$; **354)** $S=ab \cdot \sin\alpha$;

355) $S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\beta$.

Ромб.



356) Все стороны ромба равны. Диагонали d_1 и d_2 являются биссектрисами углов ромба. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

357) $S=ah$;

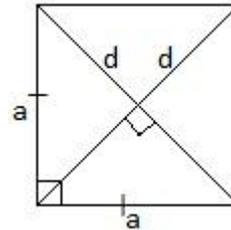
358) $S=a^2 \cdot \sin\alpha$;

359) $S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$;

360) $S=\frac{1}{2}P \cdot r$, где

P – периметр ромба, r – радиус вписанной окружности.

Квадрат.



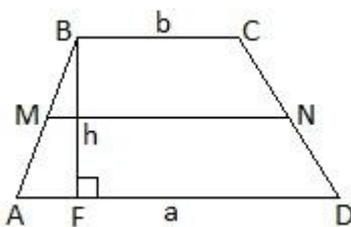
361) Все стороны квадрата равны, диагонали квадрата равны и пересекаются

под прямым углом.

362) Диагональ квадрата $d=a\sqrt{2}$;

363) $S=a^2$; **364)** $S=\frac{1}{2}d^2$.

Трапеция.



Основания трапеции $AD \parallel BC$,
 MN – средняя линия

365) $MN=\frac{AD+BC}{2}$;

366) $S=\frac{AD+BC}{2} \cdot BF$ или $S=\frac{a+b}{2} \cdot h$.

367) В равнобедренной (равнобокой) трапеции длины боковых сторон равны; углы при основании равны.

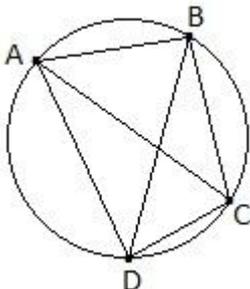
368) Площадь любого четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними:

$S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\beta$.

369) Площадь любого четырехугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности:

$S=\frac{1}{2}P \cdot r$.

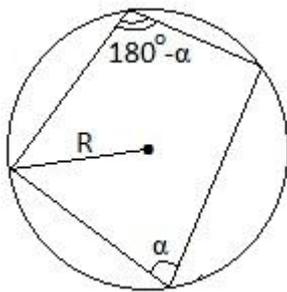
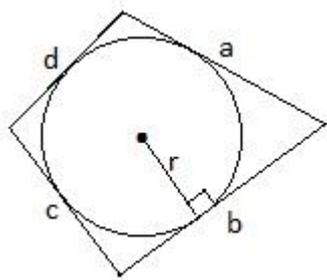
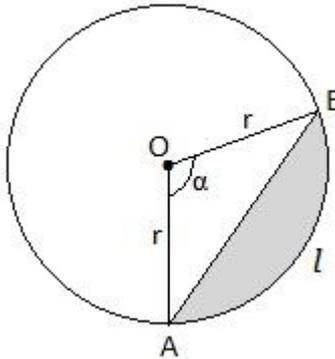
Вписанные и описанные четырехугольники.



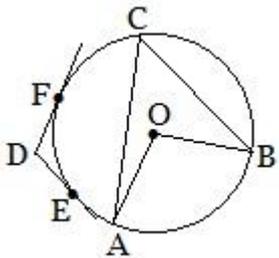
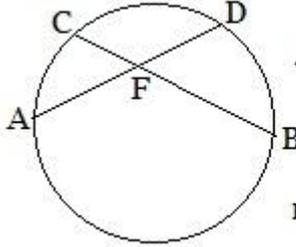
370) В выпуклом четырехугольнике, вписанном в круг, произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон (теорема Птолемея).

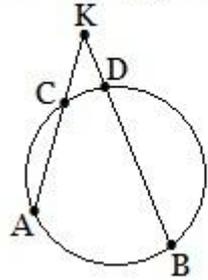
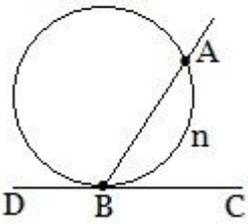
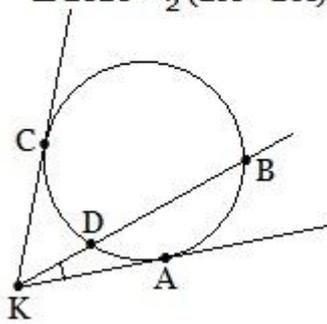
$AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$.

Основные формулы математики 7-11

<p>371) Если суммы противоположных углов четырехугольника равны по 180°, то <u>около четырехугольника можно описать окружность</u>. Обратное утверждение также верно.</p> 	<p>372) Если суммы противоположных сторон четырехугольника равны ($a+c=b+d$), то <u>в этот четырехугольник можно вписать окружность</u>. Обратное утверждение также верно.</p> 	<p><u>Окружность, круг.</u></p>  <p>373) Длина окружности $C=2\pi r$;</p> <p>374) Длина дуги АВ: $l = \frac{\pi r}{180^\circ} \cdot \alpha$;</p> <p>375) Площадь круга $S=\pi r^2$;</p> <p>376) Площадь сектора АОВ: $S = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$;</p> <p>377) Площадь сегмента (выделенная область): $S = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha \pm S_{\Delta}$ (S_{Δ}-это $S_{\Delta AOB}$). («-» берут, если $\alpha < 180^\circ$; «+» берут, если $\alpha > 180^\circ$), $\angle AOB = \alpha$ – центральный угол. Дуга l видна из центра O под углом α.</p>
--	--	---

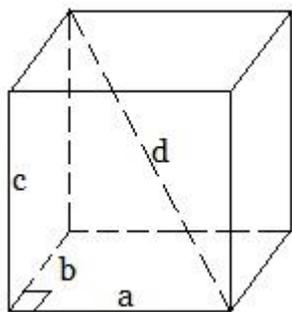
Углы в круге. Измерение углов в круге.

<p>378) AC и BC – хорды. Угол ACB-вписанный. $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.</p> 	<p>379) $\angle EDF$-описанный угол, образован двумя касательными, исходящими из одной точки.</p>	<p>380) AD и BC-хорды, которые пересекаются в точке F.</p>  <p>$\angle AFB = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{AB})$</p> <p>$\overset{\frown}{CD}$ и $\overset{\frown}{AB}$ – градусные меры дуг.</p>
---	---	--

<p>381) АК и ВК-секущие.</p> <p>$\angle АКВ = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD})$</p> 	<p>382) АВ-секущая, CD-касательная.</p> <p>$\angle ABC = \frac{1}{2} \text{AnB}$</p> 	<p>$\angle CKA = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{CBA} - \overset{\frown}{CDA})$</p> <p>$\angle ВКА = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{BA} - \overset{\frown}{DA})$</p> <p>383) KB – секущая, АК и СК – касательные.</p> <p>384) $KB \cdot KD = AK^2$ произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной.</p> 
--	--	--

МНОГОГРАННИКИ.

Прямоугольный параллелепипед.



385) Все грани прямоугольного параллелепипеда - прямоугольники. a, b, c – линейные размеры прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота).

386) Диагональ прямоугольного параллелепипеда $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$;

387) Боковая поверхность $S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$ или $S_{бок.} = 2(a+b)c$

388) Полная поверхность $S_{полн.} = 2S_{осн.} + S_{бок.}$ или $S_{полн.} = 2(ab+ac+bc)$;

389) Объем прямоугольного параллелепипеда $V = S_{осн.} \cdot H$ или $V = abc$.

Куб.

390) Все грани куба – квадраты со стороной a .

391) Диагональ куба $d = a\sqrt{3}$.

392) Боковая поверхность куба $S_{бок.} = 4a^2$; **393)** Полная поверхность куба $S_{полн.} = 6a^2$;

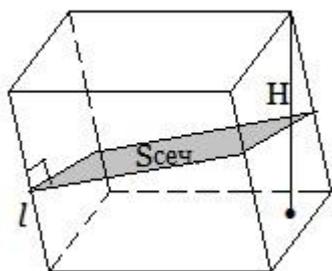
394) Объем куба $V = a^3$.

Прямой параллелепипед (395) в основании лежит параллелограмм или ромб, боковое ребро перпендикулярно основанию).

396) Боковая поверхность $S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$. **397)** Полная поверхность $S_{полн.} = 2S_{осн.} + S_{бок.}$

398) Объем прямого параллелепипеда $V = S_{осн.} \cdot H$.

Наклонный параллелепипед. 399) В основании параллелограмм или прямоугольник или ромб или квадрат, а боковые ребра HE перпендикулярны плоскости основания.



400) Объем $V = S_{осн.} \cdot H$;

401) Объем $V = S_{сеч.} \cdot l$, где l -боковое ребро, $S_{сеч.}$ -площадь сечения наклонного параллелепипеда, проведенного перпендикулярно боковому ребру l .

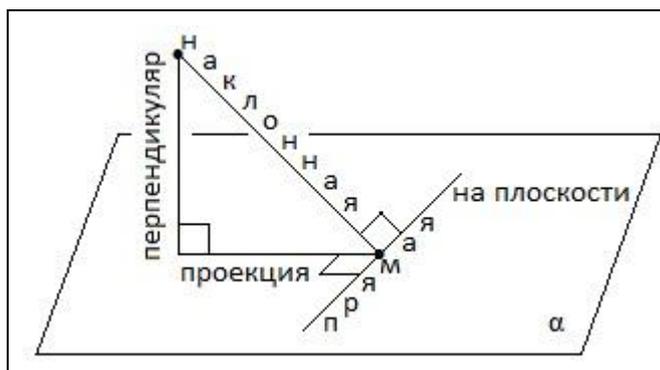
<u>Прямая призма.</u>	<u>Наклонная призма.</u>
<p>402) $S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$;</p> <p>403) $S_{полн.} = 2S_{осн.} + S_{бок.}$;</p> <p>404) $V = S_{осн.} \cdot H$.</p>	<p>405) $V = S_{осн.} \cdot H$;</p> <p>406) $V = S_{сеч.} \cdot l$, где l-боковое ребро, $S_{сеч.}$-площадь сечения, перпендикулярного боковому ребру l.</p>

Пирамида.

	<p>407) боковая поверхность $S_{бок.}$ равна сумме площадей боковых граней пирамиды;</p> <p>408) полная поверхность $S_{полн.} = S_{осн.} + S_{бок.}$;</p> <p>409) объем $V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$.</p> <p>410) У правильной пирамиды в основании лежит правильный многоугольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого многоугольника, т. е. в центр описанной и вписанной окружностей.</p> <p>411) Апофема l – это высота боковой грани правильной пирамиды.</p>
<p>Боковая поверхность правильной пирамиды $S_{бок.} = \frac{1}{2} P_{осн.} \cdot l$.</p>	

Основные формулы математики 7-11

Теорема о трех перпендикулярах (ТПП).



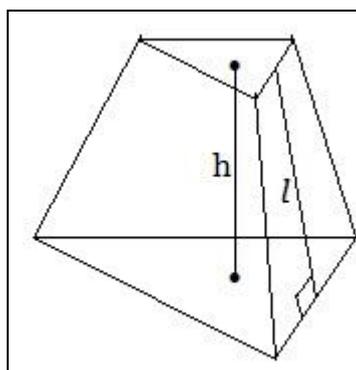
412) Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярно ее проекции, перпендикулярна и самой наклонной.

413) Обратная теорема. Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции этой наклонной.

414) Площади двух подобных фигур относятся друг к другу, как квадраты их линейных размеров

415) Объемы двух подобных тел относятся друг к другу, как кубы их соответствующих линейных размеров.

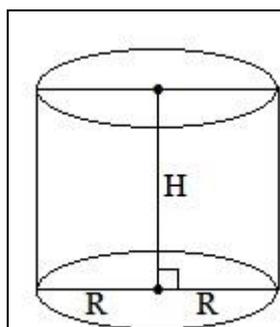
Усеченная пирамида.



416) Если S и s соответственно площади оснований усеченной пирамиды, то объем любой усеченной пирамиды $V = \frac{h}{3}(S + \sqrt{Ss} + s)$, где h - высота усеченной пирамиды.

417) Боковая поверхность правильной усеченной пирамиды $S_{\text{бок.}} = \frac{P+p}{2} \cdot l$, где P и p соответственно периметры оснований правильной усеченной пирамиды, l - апофема (высота боковой грани правильной усеченной пирамиды).

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ.

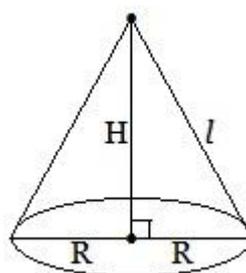


Цилиндр.

418) Боковая поверхность $S_{\text{бок.}} = 2\pi R H$;

419) Полная поверхность $S_{\text{полн.}} = 2\pi R H + 2\pi R^2$ или $S_{\text{полн.}} = 2\pi R(H + R)$;

420) Объем цилиндра $V = \pi R^2 H$.



Конус.

421) Боковая поверхность $S_{\text{бок.}} = \pi R l$;

422) Полная поверхность $S_{\text{полн.}} = \pi R l + \pi R^2$ или $S_{\text{полн.}} = \pi R(l + R)$;

423) Объем пирамиды $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$.

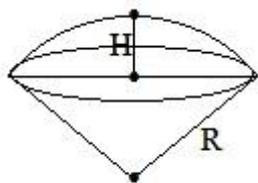
Здесь l – образующая, R – радиус основания, H – высота

Шар и сфера.

424) Площадь сферы $S = 4\pi R^2$; **425)** Объем шара $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

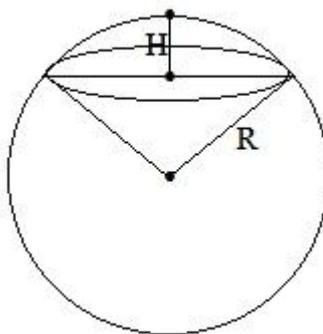
R – радиус сферы (шара).

Шаровой сектор.



426) Объем $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$.

Шаровой сегмент.



427) Объем

$$V = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3} \right)$$

428) Площадь сферического сегмента $S = 2\pi R H$.

H – высота сферического сегмента. R – радиус сферы.